

(b) Bestimmen Sie A^{-1} in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$.

89. Der Endomorphismus $F : \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}^3$ habe bezüglich der Basis $(2, 1, 1)^t, (1, 2, 0)^t, (0, -8, 3)^t$ die Matrixdarstellung

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 20 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrixdarstellung dieses Endomorphismus bezüglich der Standardbasis des \mathbb{Q}^3 .

90. Für ein $c \in \mathbb{R}$ sei M_c die Menge der reellen (3×3) -Matrizen, die magische Quadrate mit Summe c sind, d.h., deren Zeilen, deren Spalten und deren beide Diagonalen Summe c haben. Weiters setzen wir $M = \bigcup_{c \in \mathbb{R}} M_c$. Zeigen Sie, dass M ein \mathbb{R} -Vektorraum ist und geben Sie eine Basis an.
91. (a) Sei $R \in K^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, auf deren Hauptdiagonale alle Elemente von 0 verschieden sind. Zeigen Sie, dass R regulär ist und dass R^{-1} wieder eine obere Dreiecksmatrix mit von 0 verschiedenen Hauptdiagonalelementen ist.
- (b) Sei $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, auf deren Hauptdiagonale lauter positive Einträge stehen. Zeigen Sie, dass dies dann auch für die Inverse R^{-1} gilt.
- (c) Sei $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, auf deren Hauptdiagonale lauter Einsen stehen. Zeigen Sie, dass dies dann auch für die Inverse R^{-1} gilt.

92. Seien

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 10 & 7 & 6 \\ 15 & 0 & -10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die LR -Zerlegung der Matrix A , sofern diese existiert.
- (b) Bestimmen Sie die Inverse von A .
- (c) Bestimmen Sie die LR -Zerlegung der Matrix B , sofern diese existiert.
- (d) Bestimmen Sie die Inverse von B .
93. Sei V ein endlich-dimensionaler K -Vektorraum und W ein affiner Unterraum von V . Zeigen Sie, dass es dann eine lineare Abbildung $F : V \rightarrow V$ und ein $c \in V$ gibt, sodass $W = F^{-1}(c)$. Geben Sie solche F und c explizit für den Fall von $W = (1, 2, 3, 4)^t + \text{span}\{(1, 1, 1, 1)^t, (1, 2, 0, 1)^t\} \subseteq \mathbb{R}^4$ an.