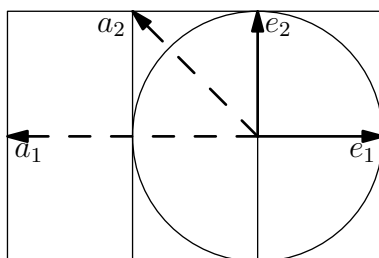


94. In der Skizze sind der Einheitskreis und die Basen  $(e_1, e_2)$  und  $(a_1, a_2)$  dargestellt.



Es sei  $\delta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  die  $30^\circ$ -Drehung (im math. pos. Sinn) um den Ursprung.

- (a) Geben Sie die Matrixdarstellungen von  $\delta$  bezüglich der beiden Basen an.  
 (b) Zeichnen und berechnen Sie  $\delta(a_1)$ .

95. Geben Sie alle Werte von  $\alpha \in \mathbb{R}$  an, sodass das von

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannte Parallelepipäde (nicht-orientiertes) Volumen 1 besitzt.

96. Bestimmen Sie  $\det A$  für

$$(a) A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad (b) A = \begin{pmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

97. Bestimmen Sie  $\det A$  für

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

98. Für eine Permutation  $\pi \in S_n$  definiert man die zugehörige Permutationsmatrix  $P_\pi$  als

$$P_\pi = (e_{\pi(1)}, \dots, e_{\pi(n)}),$$

wobei die  $e_1, \dots, e_n$  wie üblich die Standardbasis des  $K^n$  sind.

- (a) Zeigen Sie, dass für  $\sigma, \pi \in S_n$  die zugehörigen Permutationsmatrizen die Gleichung  $P_\sigma P_\pi = P_{\sigma \circ \pi}$  erfüllen.  
 (b) Zeigen Sie, dass  $\det P_\pi = \text{sign } \pi$  gilt.