

116. Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ mit $A^* = A$. Zeigen Sie: Ist A positiv semidefinit und gilt $a_{ii} = 0$, dann sind alle Einträge in Zeile und Spalte i gleich 0.
117. Sei $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ eine selbstadjungierte Matrix mit $\det(A^{(k)}) > 0$ für $k \in \{1, \dots, n\}$ (wobei mit $A^{(k)}$ die linke obere $k \times k$ -Teilmatrix von A bezeichnet wird). Zeigen Sie unter Verwendung des Schachtelungssatzes für symmetrische Matrizen, dass A positiv definit ist (ohne Cholesky-Zerlegung zu verwenden).
118. Geben Sie jeweils eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ an, sodass
- (a) alle Hauptminoren von $A \geq 0$ sind und A positiv semidefinit ist,
 - (b) alle Hauptminoren von $A \geq 0$ sind und A negativ semidefinit ist,
 - (c) alle Hauptminoren von $A \geq 0$ sind und A indefinit ist.
119. Wahr oder falsch? Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch.
- (a) Wenn $\det(A^{(k)}) > 0$ für $k \in \{1, \dots, n-1\}$ und $\det(A) \geq 0$, dann ist A positiv semidefinit.
 - (b) Wenn es $k \neq \ell \in \{1, \dots, n\}$ gibt, sodass $\det(A^{(k)}) > 0$ und $\det(A^{(\ell)}) < 0$, so ist A indefinit.
 - (c) Wenn es ein $k \in \{1, \dots, n\}$ gibt, sodass $\det(A^{(k)}) < 0$, so ist A nicht positiv semidefinit.
 - (d) Wenn es ein ungerades $k \in \{1, \dots, n\}$ gibt, sodass $\det(A^{(k)}) < 0$, so ist A nicht negativ semidefinit.